

Übungen zu Gewöhnliche Differentialgleichungen

SS 2018

Blatt 5

1. Gegeben ist die Differentialgleichung

$$(*) \quad y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$$

sowie eine spezielle Lösung $y_1(x)$.

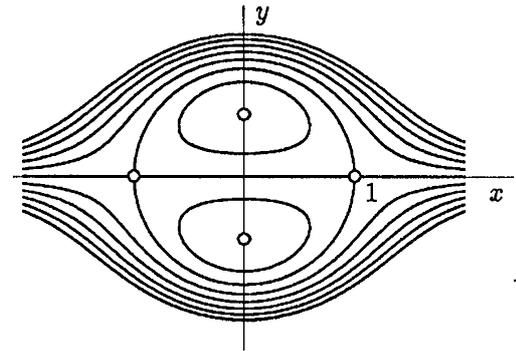
Bestimmen Sie $z(x)$ so, dass $y_2(x) = z(x)y_1(x)$ auch Lösung von $(*)$ ist.

2. Die Bewegung eines Punktes der (x, y) -Ebene genügt dem Dgl-System

$$\dot{x} = 1 - x^2 - 3y^2, \quad \dot{y} = 2xy$$

Bestimmen Sie:

- die Differentialgleichung der Bahnen,
- alle Bahnen der Bewegung einschließlich der Ruhepunkte, das sind alle Punkte, in denen $\dot{x} = \dot{y} = 0$,
- den Durchlaufsinne auf den skizzierten Bahnkurven,
- die Lösung $x(t), y(t)$ mit den Anfangswerten $x_0 := x(0) = 0, y_0 := y(0) = 1$,
- $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ für diese Lösung.



Liegt ein Widerspruch zum Existenz- und Eindeutigkeitsatz vor?

3. Bestimmen Sie für $x > 0$ die allgemeine Lösung von

$$y'' - x^2 y' - \left(x + \frac{2}{x^2}\right)y = 0,$$

wenn $y_1 = \frac{1}{x}$ bekannt ist.