Übungsblatt 2

Fourieranalysis

18.10.2018

1. Man bestimme die Reihenwerte von $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$ und $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^6}$.

2. Man berechne die Fourierreihe der auf $\mathbb{R}$ definierten Funktion $f(x) = |\sin x|$.

3. Man zeige, dass $\frac{1}{2i} \sum_{n \neq 0} \frac{e^{inx}}{n}$ die Fourierreihe der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} & \text{für} \quad -\pi < x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} & \text{für} \quad 0 < x < \pi \end{cases}$$

   (auf $\mathbb{R}$ $2\pi-$pereiodisch fortgesetzt!) ist uns sie für alle x konvergiert.

4. Für $0 \leq r < 1$ sei $p_r(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r^{|n|} e^{in\theta}$.Man zeige für $0 \leq r < 1$:

   (a) $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p_r(\theta) d\theta = 1$

   (b) Es existiert ein $M > 0$ mit

   $$\int_{-\pi}^{\pi} |p_r(\theta)| \, d\theta \leq M$$

   (c) Für alle $\delta > 0$ gilt

   $$\int_{\delta \leq |\theta| \leq \pi} |p_r(\theta)| \, d\theta \to 0 \text{ für } r \to 1.$$