

Übungsblatt 5

Funktionentheorie SoSe 2019

08 .05.2019

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden komplexen Integrale.

- (a) $\int_{|z-a|=a} \frac{z}{z^4 - 1} dz$ für $a > 1$
- (b) $\int_{|z-1|=1} \left(\frac{z}{z-1} \right)^n dz$ für $n \in \mathbb{N}$
- (c) $\int_{|z|=r} \frac{dz}{(z-a)^n (z-b)^m}$ für $a < r < b$ sowie $n, m \in \mathbb{N}$

Aufgabe 2

Man berechne das folgende reelle Integral durch komplexe Integration über einen passenden Weg und anschließende Grenzwertbildung:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx.$$

Aufgabe 4

Es sei $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion. Weiter gebe es ein $n \in \mathbb{N}$ und ein $M \in \mathbb{R}$, so dass $|f(z)| < |z|^n$ für alle $|z| > M$. Zeigen Sie, dass f ein Polynom ist.

Aufgabe 4

Welche Werte kann das Integral

$$\int_{\gamma} (1+z^2)^{-1} dz$$

annehmen, falls γ ein beliebiger Weg von 0 nach 1 ist, der nicht die Pole des Integranden enthält.