

# Übungsblatt 6

Funktionentheorie SoSe 2019

15.05.2019

## Aufgabe 1

Zeigen Sie am Beispiel des Kosinus, dass das Maximum-Prinzip (Korollar 3.26) nicht für unbeschränkte Gebiete gilt.

## Aufgabe 2

Man bestimme die Ordnung der Nullstellen der folgenden Funktionen.

$$f_1(z) = z^4 + 1$$

$$f_2(z) = \sin^3(z)$$

$$f_3(z) = z(e^z - 1)$$

## Aufgabe 3

Es sei  $U \subset \mathbb{C}$  offen und  $f : U \rightarrow \mathbb{C}$  holomorph. Man zeige für jeden geschlossenen Weg  $\gamma$ , dass dann  $\int_{\gamma} f(z)f'(z)dz$  eine rein imaginäre Zahl sein muss.

*Hinweis:* Zeigen Sie die Behauptung zunächst für  $f(z) = z$ .

## Aufgabe 4

Entwickeln Sie die folgenden Funktionen jeweils um  $z_0$  in eine Potenzreihe und geben Sie die Konvergenzradien an.

$$\frac{1}{z^2 + 3iz - 2} \quad z_0 = 0$$

$$\frac{1}{(z - i)^3} \quad z_0 = -i$$

$$\exp(z) \quad z_0 = i\pi$$