

# Übungsblatt 11

DGL SS 2019

20.06.2019

1. Man löse die folgenden Anfangswertprobleme durch Laplace-Transformation:

(a)

$$x^{(3)} - 6\ddot{x} + 12\dot{x} - 8x = e^{2t}, \quad x(0) = \dot{x}(0) = \ddot{x}(0) = 0.$$

(b)

$$\ddot{x} + 4x = H(t - \pi), \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0.$$

2. Man löse die folgenden Systeme durch Laplace-Transformation:

(a)

$$\begin{aligned} \dot{x} + 2y &= e^t \\ \dot{y} + 2x &= e^{-t}, \quad x(0) = y(0) = 0 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \ddot{x} - \dot{y} + 3x &= 1 \\ \ddot{y} - 4x + 3y &= 0, \quad x(0) = y(0) = \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0 \end{aligned}$$

3. Man berechne die Laplace-Transformation der Funktion

$$f(t) = \cos((2t)) e^{-4t}, \quad t \geq 0.$$

4. Es seien  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $f \in LE_\alpha(\mathbb{R}_+)$ , sowie  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $\lambda > 0$  beliebig vorgegeben.

Man zeige, dass  $f_\lambda : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{C}$ ,

$$f_\lambda(t) := \begin{cases} f(t - \lambda) & \text{für } t \geq \lambda \\ 0 & \text{für } 0 \leq t < \lambda \end{cases}$$

folgende eigenschaften besitzt:

$$\begin{aligned} (1) \quad f_\lambda &\in LE_\alpha(\mathbb{R}_+), \\ (2) \quad \mathcal{L}(f_\lambda)(z) &= e^{-\lambda z} \mathcal{L}(f)(z), \quad z \in C_\alpha \end{aligned}$$