

Übungen zu Gew. Differentialgleichungen

SS 2019

Blatt 9

Aufgabe 1 i) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x \in \mathbb{R}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3.$$

ii) Bestimmen Sie die (maximale) Lösung des Anfangswertproblems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

i) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 2 \\ -2 & 5 & -1 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{y} \quad x \in \mathbb{R}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3.$$

Hinweis: $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 6, \lambda_3 = 12$ sind die Eigenwerte der Matrix.

ii) Bestimmen Sie die maximale Lösung des Anfangswertproblems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 2 \\ -2 & 5 & -1 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

i) Bestimmen Sie ein **reelles** Fundamentalsystem für das System

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{y} \quad x \in \mathbb{R}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3.$$

ii) Bestimmen Sie die (maximale) Lösung des Anfangswertproblems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 Bestimme alle Lösungen des folgenden Differentialgleichungssystems auf $]0, \infty[$.

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 + \frac{1}{x}y_2 + \ln x + \frac{1}{x} \\ y_2' = (1-x)y_1 + y_2 + (x-1)\ln x \end{cases}$$