

Übungen zur VA, WS 19/20
Blatt 3

1. Berechnen Sie die Bogenlängen

a) $y = x^{3/2}$, $x \in [0, a]$.

b) $r = a\varphi$, $a > 0$, $\varphi \in [0, \alpha]$.

c) $r = a(1 + \cos \varphi)$, $\varphi \in [0, \alpha]$.

2. Welche der folgenden Vektorfelder sind Gradientenfelder? Bestimmen Sie ggf. die zugehörige Stammfunktion!

a) $f(x, y, z) := (x+z, -y-z, x-y+17)$.

b) $f(x, y) := \left(-\frac{y}{\sqrt{z}}, \frac{x}{\sqrt{z}}\right)$ einmal im Gebiet $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ und zum anderen im Gebiet $E := \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,0) : x \leq 0\}$.

3. Es sei $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar.
Das Vektorfeld $f: \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^n$ sei definiert durch $f(x) := g(r)x$ mit $r = \|x\|$. Man zeige:
 f ist ein Gradientenfeld. Geben Sie eine Stammfunktion zu f an und berechnen Sie diese für $g(r) := r^m$.