

VA, WS 19/20

Blatt 4

1. Es sei γ die PD der oberen Hälfte der Ellipse $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ mit $t \in [0, \pi]$.
Man berechne

$$\int_{\gamma} (y^2 dx + x^2 dy).$$

2. Es sei $M \subset \mathbb{R}^n$ eine d -dimensionale Untermannigfaltigkeit und $p \in M$. Man zeige, dass $M \setminus \{p\}$ nicht kompakt ist.

3. Für $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ und $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

a) Für $F(x, y, z) = c \frac{(x, y, z)}{r^2}$, (c Konstante),
div $F(x, y, z)$, ($c \neq 0$).

für

b) Für $F(x, y, z) = (x, y, z) \cdot f(r)$,
 $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar: rot F .

4. Für welche Konstanten $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist

$$F = \begin{pmatrix} x + 2y + az \\ bx - 3y - z \\ 4x + cy + 2z \end{pmatrix}$$

ein Gradientenfeld mit Potential $\phi = ?$!