

Übungen zur Vektoranalysis WS 19/20

Blatt 8

1. Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$I = \iint_{\partial B} (x^2 + e^{z^2}) dy dz + (1 + xz^2) dz dx + (x^2 + y^2 + z^2) dx dy .$$

Dabei ist B jener Bereich, der von den beiden Flächen $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ und $x^2 + y^2 + (z - 1)^2$ eingeschlossen wird.

2. Gegeben ist die Vektorfunktion

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} z^2 + y^2 \\ x^2 + y^2 \\ 2y^2 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie das Oberflächenintegral $\iint_{\partial B} \vec{v} \cdot d\vec{\sigma}$, wobei B jener räumliche Bereich ist, der von den Flächen $x^2 + y^2 = 1$, $z = x + y$ und $z = 10 - x - 2y$ eingeschlossen wird.

3. Gegeben ist die Vektorfunktion

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy \\ x + yz \\ yz \end{pmatrix}$$

und jener Bereich $B \subset \mathbb{R}^3$, der von den Flächen $z = 0$, $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ und $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 1$ eingeschlossen ist und den Koordinatenursprung nicht enthält.

Berechnen Sie das Oberflächenintegral $I = \iint_{\partial B} \vec{v} \cdot d\vec{\sigma}$.

Die rechte Seite in Aufgabe 1 ist nur eine andere Symbolik für das vektorielle Oberflächenintegral zu den angegebenen Feldkomponenten!