

Übungen zur Vektoranalysis WS 19/20

Blatt 9

Sofern nichts anderes festgelegt wird, bezeichnet G ein \mathcal{C}^1 -Polyeder im \mathbb{R}^n , dessen Rand meßbar ist. Vektoren schreiben wir als Zeilen.

1. Man zeige: Für jedes konstante Vektorfeld c gilt

$$\int_{\partial G} c \, \overrightarrow{dS} = 0.$$

2. Es sei F ein \mathcal{C}^2 -Vektorfeld auf G . Man zeige:

$$\int_{\partial G} \text{rot } F \, \overrightarrow{dS} = 0.$$

3. Es sei v eine harmonische Funktion in einer Umgebung von G . Man zeige:

a) $\int_{\partial G} \partial_{\nu} v \, dS = 0;$

b) $\int_{\partial G} v \, \partial_{\nu} v \, dS = \int_G \|\text{grad } v\|^2 \, dx.$

Man folgere: Ist G zusammenhängend und gilt $\partial_{\nu} v = 0$ auf ∂G , so ist v konstant.