Aufgabe 1

Zeigen Sie Satz 4.9 aus der Vorlesung:
Sind A, B zusammenhängende Teilmengen eines topologischen Raums X mit $A \cap B = \emptyset$, so ist $A \cup B$ zusammenhängend.

Aufgabe 2

X und Y seinen zusammenhängende Räume, $A \subsetneq X, B \subsetneq Y$. Zeigen Sie, dass in $X \times Y$ das Komplement von $A \times B$ zusammenhängend ist.

Aufgabe 3

Zeigen Sie Satz 5.4 aus der Vorlesung:
Sind X und Y topologische Räume, hat jeder Punkt in X eine abzählbare Umgebungsbasis und ist $A \subset X$, so gilt

(a) $x \in \overline{A} \Leftrightarrow$ Es gibt eine Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $x_n \in A$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x_n \to x$.

(b) $f : X \mapsto Y$ stetig in $x \in A \Leftrightarrow$ Für jede Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $x_n \to x$ gilt $f(x_n) \to f(x)$.

Aufgabe 4

Die natürlichen Zahlen sind mit der kofiniten Topologie zusammenhängend. Untersuchen Sie, ob sie auch wegzusammenhängend sind.