

**Übungen zur Harmonischen Analyse**

---

**Aufgabe 1:** Sei

$$f(x) = \begin{cases} \ln |x| & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Zeigen Sie:

- (a)  $f \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$ .  
(b)  $f' \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$  kann durch

$$f'(\psi) = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{|x| \geq \varepsilon} \frac{\psi(x)}{x} dx$$

für  $\psi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$  berechnet werden.**Aufgabe 2:** Sei  $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$  für ein  $1 \leq p \leq \infty$  und für  $N \geq 1$  sei

$$g_N(\xi) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\|x\| \leq N} f(x) e^{-i\langle x, \xi \rangle} dx.$$

Zeigen Sie, dass

$$g_N \rightarrow \hat{f} \quad \text{in } \mathcal{S}'(\mathbb{R}^n) \text{ für } N \rightarrow \infty.$$

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie, dass  $e^{inx} \rightarrow 0$  in  $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$  für  $n \rightarrow \infty$ .