

Übungen zur Topologie

Aufgabe 1. Prove that $|\cdot|' = \text{sgn}$ and that $|\cdot|'' = 2\delta$ in $\mathcal{D}'(\mathbf{R})$.

Aufgabe 2:

Sind die folgenden Abbildungen $T: \mathcal{D}(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{C}$ Distributionen aus $\mathcal{D}'(\mathbf{R})$?

(a) $T\varphi = (\varphi(0))^2$;

(b) $T\varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(t)| dt$;

(c) $T\varphi = \int_0^1 \varphi^{(k)}(t) dt$, $k \in \mathbf{N}$;

(d) $T\varphi = \sup_{t \in \mathbf{R}} \varphi(t)$;

(e) $T\varphi = \lim_{v \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{\mu=1}^v \varphi\left(\frac{1}{\mu}\right) - v\varphi(0) - \varphi'(0) \log v \right\}$,

Anleitung: Man beachte, daß $\lim_{v \rightarrow \infty} \left(\sum_{\mu=1}^v \mu^{-1} - \log v \right)$ existiert.