

Übungsblatt 6

Funktionalanalysis WS 2021/22

22.11.2021

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass der Inklusionsoperator:

$$\iota : C^1([0, 1]) \longrightarrow C([0, 1]), \iota(f) = f$$

kompakt ist. Dabei trägt $C^1([0, 1])$ die Norm

$$\|f\|_{C^1} := \|f\|_\infty + \|f'\|_\infty.$$

Aufgabe 2 Sei $k \in C([0, 1]^2)$.

Zeigen Sie, dass

$$(Kf)(x) := \int_{[0,1]} k(x, y)f(y) dy.$$

einen Operator von $L^2([0, 1])$ nach $C([0, 1])$ definiert und K kompakt ist.

Aufgabe 3

Sei $(\alpha_n) \in l^\infty$ Dann ist der Operator $K : l^2 \longrightarrow l^2, (x_n) \mapsto (\alpha_n x_n)$

genau dann kompakt, wenn α_n eine Nullfolge ist.)
