

Übungsblatt 7

Analysis III WS 2022

21.11.2022

1. Berechnen Sie das Integral $\int_A f(x) d\lambda(x)$ in den folgenden Fällen.

(a) A – der Kreis mit dem Mittelpunkt $(0,0)$ und dem Radius 1 und $f(x,y) = 2x + y$.

(b) $A = [0,1] \times [0,1]$ und $f(x,y) = x+y$.

Dabei bezeichnet $[a]$ die größte ganze Zahl, die nicht größer als a ist.

2. Berechnen Sie das Volumen des durch die folgenden Flächen berandeten Körpers.

(a) $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 6x^2 + 2y^2$;

(b) $y = e^x$, $y = e^{2x}$, $x = 1$, $z = y$, $z = xy$.

3. Sei $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(t) = \sin(t\pi) \cdot \chi_{[0,1]}(t)$. Wir definieren $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} (g(x-n) - g(x-n-1)) \cdot g(y-n).$$

(a) Beweisen Sie, dass f auf \mathbb{R}^2 wohl definiert und stetig ist.

(b) Berechnen Sie $\int_{\mathbb{R}} \left(\int_{\mathbb{R}} f(x,y) dx \right) dy$ und $\int_{\mathbb{R}} \left(\int_{\mathbb{R}} f(x,y) dy \right) dx$.