

Übungsblatt 8

Analysis III WS 2022

28.11.2022

1. Berechnen Sie das Volumen der Menge

$$B := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 \geq x^2 + y^2 \text{ und } 0 \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2} \right\}$$

mit Hilfe der Polarkoordinaten in \mathbb{R}^3 .

2. Berechnen Sie das Volumen der Menge

$$C := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \text{ und } x^2 + y^2 \geq 1 \right\}.$$

3. Berechnen Sie das Integral $\int_B x^2 + y^2 dx dy$ mit $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq x\}$.

H22. Für $x \in \mathbb{R}^n$ mit $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ bezeichnen wir $\|x\| := \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$. Sei B die Einheitskugel in \mathbb{R}^n . Bestimmen Sie alle reellen Zahlen α , so dass das Integral

$$(a) \int_B \|x\|^\alpha d\lambda_n(x); \quad (b) \int_{\mathbb{R}^n \setminus B} \|x\|^\alpha d\lambda_n(x)$$

existiert und finden Sie seinen Wert.